



RNPS 2550 RNSW A1439
REVISTA CUBANA DE GEOMÁTICA
directorio **latindex**
ISSN 3005 - 3390
gcomatica.gcocuba.cu



SIMULACIÓN Y VALIDACIÓN MULTIVARIANTE DE OBSERVACIONES GNSS MULTIVARIATE SIMULATION AND VALIDATION OF GNSS OBSERVATIONS

Ing. Ernesto Emilio Aguilar Leyva ¹

Dr. C. Anabel Reyes Ramírez ²

Dr. C. Luis Enrique Acosta Gonzales ³

1. Empresa GEOCUBA Oriente Norte, eleyva0816@gmail.com

2. Universidad de Holguín “Oscar Lucero Moya”, anabel.reyes.cu@gmail.com

3. Universidad de Holguín “Oscar Lucero Moya”, luis.acosta.glez@gmail.com

RESUMEN

La presente investigación realiza un acercamiento a la simulación y validación de observaciones GNSS, empleando herramientas informáticas. Para ello, se simuló un conjunto de observables de 24 horas correspondientes al día 354 del año 2019, pertenecientes a la estación de rastreo continuo HAVA. La simulación se ejecutó utilizando el software científico *Bernese v5.2*, específicamente su programa GPSSIM, generando un archivo de observación sintética en formato RINEX, que compila diferentes observables de código y fase disponibles en las constelaciones GPS y GLONASS, al momento de la simulación. Los resultados de esta observación simulada fueron procesados posteriormente, mediante el servicio de post procesamiento en línea AUSPOS, operado por *Geoscience Australia*, para obtener una solución de coordenadas precisa. La comparación entre las coordenadas obtenidas del procesamiento de la simulación y los valores de referencia de una observación real de la estación HAVA, reveló una discrepancia tridimensional de 2.4 centímetros. Para evaluar la significancia estadística de esta diferencia, se aplicó la prueba T^2 de Hotelling, siendo esta una herramienta de prueba de hipótesis multivariante. El análisis estadístico no encontró evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de igualdad entre los

vectores de coordenadas, con un p-valor de 0.47, lo que indica que las diferencias observadas no son estadísticamente significativas. Se concluye que la simulación reproduce las observaciones reales con una alta fidelidad en el ámbito centimétrico.

Palabras clave: auspos; bernese; GNSS; simulación; t^2 hotelling

ABSTRACT

This research explores the simulation and validation of GNSS observations using computer tools. A 24-hour set of observables from day 354 of 2019, belonging to the HAVA continuous tracking station, was simulated. The simulation was run using Bernese v5.2 scientific software, specifically its GPSSIM program, generating a synthetic observation file in RINEX format that compiles different code and phase observables available in the GPS and GLONASS constellations at the time of the simulation. The results of this simulated observation were subsequently processed using the AUSPOS online post-processing service, operated by Geoscience Australia, to obtain an accurate coordinate solution.

The comparison between the coordinates obtained from the simulation and the reference values from an actual observation at the HAVA station revealed a three-dimensional discrepancy of 2.4 centimeters. To assess the statistical significance of this difference, Hotelling's T^2 test, a multivariate hypothesis testing tool, was applied. The statistical analysis did not find sufficient evidence to reject the null hypothesis of equality between the coordinate vectors, with a p-value of 0.47, indicating that the observed differences are not statistically significant. It is concluded that the simulation reproduces the actual observations with high fidelity at the centimeter level.

Keywords: auspos; bernese; GNSS; simulation; t^2 hotelling

INTRODUCCIÓN

Los Sistemas Globales de Navegación por Satélite (GNSS), constituyen actualmente una tecnología fundamental para aplicaciones que demandan posicionamiento de precisión, desde la geodesia y la topografía, hasta la navegación civil y militar. No obstante, las obtenciones de observaciones reales en condiciones específicas enfrentan frecuentes limitaciones logísticas y económicas. En este contexto, la simulación de observaciones GNSS emerge como una herramienta versátil, que permite generar datos sintéticos bajo parámetros controlados, facilitando la planificación de campañas de medición y el desarrollo de algoritmos de

procesamiento. Entre las herramientas disponibles para este tipo de tareas, destaca el software científico *Bernese* (específicamente su programa GPSSIM), reconocido por su capacidad para generar observables sintéticas de código y fase para estaciones terrestres estáticas.

La revisión de literatura especializada revela que, si bien existen estudios previos sobre simulación GNSS, la validación de estos resultados generalmente se ha abordado, mediante comparaciones descriptivas o análisis univariantes de las componentes de coordenadas. Este enfoque presenta una limitación significativa al ignorar la naturaleza multivariante inherente a las soluciones de coordenadas, donde las componentes X, Y y Z mantienen correlaciones esenciales. Dado esto, resulta vital la incorporación de herramientas estadísticas multivariantes como el test T^2 de Hotelling, que permitan una validación integral, considerando la estructura completa de covarianza y ofreciendo así, una evaluación más robusta de la fidelidad de las simulaciones.

Este estudio realiza un acercamiento a la simulación GNSS, integrando para ello, el uso de herramientas de software y análisis estadístico. Tiene como objetivo general validar la precisión de las observaciones GNSS simuladas con el software *Bernese* v5.2, mediante el servicio de procesamiento AUSPOS y el análisis con el test T^2 de Hotelling. Específicamente, se propone simular 24 horas de observables, para la estación HAVA, perteneciente a la Red GNSS Permanente de la República de Cuba (RGP), procesar estos datos mediante AUSPOS, cuantificar las diferencias tridimensionales con observaciones reales y determinar su significancia estadística mediante un test multivariante.

METODOLOGÍA

La estación de rastreo continuo HAVA.

Ubicada en la azotea del Centro de Investigaciones del Grupo Empresarial Geocuba (EAT GEOCUBA IC) se encuentra la estación de rastreo continuo HAVA (Fig.1), la misma sustituye por su destino a la estación ANITA, ubicada en la azotea del edificio principal de Geocuba, en La Habana (Rodríguez-Roche, 2015).

Las condiciones de observación de HAVA, son favorables para el rastreo GPS/GNSS, toda vez que cuenta con el horizonte desprovisto de obstrucción natural o artificial, a partir de un ángulo máscara de 10° . (Rodríguez-Roche, 2015).



Figura 1. Estación de rastreo continuo HAVA

Se ha empleado en diferentes proyectos, desde su incorporación a la Red GNSS Permanente de la República de Cuba (RGP), como parte del proceso de modernización de la Red Estatal Planimétrica.

Simulación de observaciones GNSS con el software científico Bernese.

Dentro del amplio paquete de herramientas que proporciona *Bernese GNSS* software, destaca la herramienta de simulación GPSSIM. Esta genera observaciones GNSS sintéticas (GPS y GLONASS) para estaciones terrestres y para LEOs (Satélites de Órbita Terrestre Baja). (Dach, 2015).

Se pueden crear archivos de observaciones de código y fase de cero diferencias, que pueden ser procesados por todos los programas estándar de *Bernese*, así como, por software de otros propietarios.

El uso de GPSSIM, es bastante sencillo. El alcance del escenario de observación se define básicamente por dos archivos, a saber:

1. Una órbita estándar, que contiene los satélites para los cuales se simularán los datos.
2. Un archivo de coordenadas que define el conjunto de estaciones para las cuales se pueden simular observaciones.

Varios archivos adicionales pueden introducirse en el proceso de simulación, como correcciones de reloj de satélite (*.CLK), sesgos de código diferencial (*.DCB), modelos globales ionosféricos (*.ION), mapas de función troposférica (*.GRD), etc. Además de la modelación ionosférica y troposférica puede modelarse ruido de observación y saltos de ciclo. Utilizando todas las opciones de GPSSIM, es todo un desafío distinguir entre los datos de observación simulados y los reales.

El servicio de procesamiento de observaciones GNSS en línea AUSPOS.

AUSPOS, es un servicio gratuito de procesamiento de observaciones GPS en línea, desarrollado por *Geoscience Australia*. El mismo aprovecha la red de estaciones del Servicio Internacional GNSS (IGS), y la gama de productos de este servicio.

Este servicio es capaz de operar con datos captados en cualquier parte de la superficie terrestre de forma estática (hasta el momento de realización de esta investigación no permite el procesamiento de observaciones cinemáticas). (Orduña-Díaz, 2019).

Los datos deben ser enviados en formato RINEX a la plataforma web de la herramienta que es compatible con cualquier versión de este formato.

Una vez enviados los datos, se recibe a vuelta de correo electrónico un informe de los resultados de coordenadas obtenidos, referidos a los marcos *Geocentric Datum of Australia 2020* (GDA2020), *Geocentric Datum of Australia 1994* (GDA94) e *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF). (Orduña-Díaz, 2019).

Los datos enviados deben cumplir las siguientes características:

- Los archivos RINEX deben contener como mínimo una hora de datos de observaciones.
- La extensión máxima de tiempo a procesar es de siete días.
- Los nombres de los archivos RINEX no deben contener espacios ni caracteres especiales.
- La altura de la antena proporcionada debe ser la distancia vertical, desde la marca en tierra, hasta el punto de referencia de la antena o Plano Mecánico de Referencia (MPR).

El test T^2 de Hotelling.

El test T^2 de Hotelling, constituye una prueba de hipótesis multivariante que extiende los principios de la prueba t de Student al ámbito multivariado, permitiendo comparar vectores de medias en lugar de valores univariados. Esta metodología resulta particularmente valiosa en

geodesia, para evaluar la precisión de coordenadas 3D, donde es esencial considerar simultáneamente las componentes X, Y y Z junto con sus correlaciones. El estadístico T^2 , que bajo la hipótesis nula sigue una distribución F de *Snedecor*, incorpora la matriz de covarianza muestral, lo que permite capturar la estructura completa de variabilidad y dependencia entre las variables (Anderson, 2003; Johnson & Wichern, 2007).

Entre sus principales ventajas destaca su capacidad, para controlar la tasa de error tipo I, mediante una única prueba multivariada, evitando la inflación de falsos positivos que ocurriría al realizar múltiples comparaciones univariadas. Esta característica lo hace especialmente útil en aplicaciones geodésicas, donde se requiere validar soluciones de procesamiento GNSS frente a coordenadas de referencia, evaluar la estabilidad de estaciones de monitoreo o comparar resultados entre diferentes centros de análisis (Leick et al., 2015). Además, el test demuestra mayor potencia para detectar patrones de diferencia multivariantes que podrían pasar desapercibidos en análisis componente por componente, gracias a su sensibilidad a las correlaciones entre variables.

La aplicación rigurosa del test requiere verificar el cumplimiento de sus supuestos fundamentales, principalmente la normalidad multivariada y la homogeneidad de matrices de covarianza. Cuando estos requisitos se satisfacen, el test T^2 de Hotelling proporciona un marco estadístico sólido, para la toma de decisiones en la evaluación de exactitud posicional, representando una herramienta indispensable para garantizar la calidad de las determinaciones geodésicas en tres dimensiones. Su implementación adecuada permite concluir estadísticamente sobre la equivalencia, entre coordenadas, considerando de manera integral las incertidumbres asociadas a cada componente y sus interrelaciones.

Diseño del experimento.

Con el objetivo de realizar un acercamiento a la simulación de observaciones GNSS, empleando el programa *GPSSIM* (paquete de herramientas de *Bernese GNSS Software*) y la posterior validación de los resultados obtenidos, mediante el procesamiento con un software externo de la observación simulada, seguido del contraste de esta respecto a los resultados de coordenadas obtenidos, con una observación real desarrollada en la misma época, se desarrolló un experimento que cumpliera las siguientes tareas:

- Emplear el programa **GPSSIM**, para obtener una observación simulada de la estación HAVA perteneciente al día 354 del año 2019.
- Exportar la observación simulada a formato intercambiable RINEX, para su posterior procesamiento con una aplicación de post proceso externa.
- Procesar una observación real perteneciente a la misma época de realización del experimento, por medio del servicio en línea AUSPOS, para emplearla como patrón de comparación de los posteriores resultados de coordenadas a obtener.
- Procesar la observación simulada, por medio del servicio en línea AUSPOS, a modo de obtener un resultado de coordenadas del mismo.
- Comparar los resultados obtenidos, a partir de la observación simulada de las coordenadas, con un valor patrón obtenido del procesamiento de una observación real (perteneciente a la misma época) con el mismo servicio en línea.
- Emplear el test T^2 de Hotelling, para definir la significación estadística de las diferencias de resultados de coordenadas, entre la observación simulada y su contraparte real.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Resultados de la simulación GNSS por medio de GPSSIM.

Como insumos para la ejecución del programa **GPSSIM** se emplearon los siguientes ficheros (Tabla 1):

Tabla 1. Ficheros empleados durante la simulación.

Nombre del fichero	Contenido
COD\$YD+0.STD ¹	Orbitas estándar.
COD\$YD+0.ERP	Parámetros de orientación terrestre.
APR\$YD+0.CRD	Listado de coordenadas aproximadas a la época de realización del experimento.

¹ APR: Acrónimo.

\$YD: Año y día del año

+0: Indicador de conteo consecutivo

Nombre del fichero	Contenido
COD\$YD+0.CLK	Correcciones a los relojes de satélites.
P1P21912.DCB	Errores diferenciales de código P1 – P2.
COD\$WD+0.ION	Modelo Global Ionosférico.
VMF\$YD+0.GRD	Mapa de Función Troposférica.
GNSSSIM.BLQ	Correcciones por carga oceánica.
GNSSSIM.ATL	Coefficientes de correcciones por las cargas de la marea atmosférica.

A modo de incluir valores diferentes en la simulación, se instruyó al programa para contener en el resultado valores distintos a los reales existentes en la estación (Tabla 2).

Tabla 2. **Características simuladas.**

Parámetro	Real			Simulado						
Receptor	LEICA GR50 4.31			LEICA GR25 4.31/6.525						
Antena	LEIAR10 NONE			LEIAR20 LEIM						
Tipo de observables	C1	L1	S1	C2	L2	S2	C1	P2	L1	L2
	P2 C5 L5 S5									
	776732.4595			776732.3971						
Coordenadas a priori	-5817241.5501			-5817241.5574						
	2489076.1363			2489076.1647						

La simulación concluyó con la obtención de las observaciones de cero diferencias de código y fase, pertenecientes al día 354 del año 2019, de la estación de rastreo continuo HAVA. Dichas observaciones fueron exportadas del software *Bernese* en formato RINEX versión 2.11, para su posterior uso.

Resultados del procesamiento con AUSPOS.

Inicialmente fue enviado al servicio de procesamiento en línea AUSPOS, el fichero en formato RINEX con las observaciones reales, del cual se obtuvieron los siguientes resultados de coordenadas (Tablas 3 y 4):

Tabla 3. **Resultados de coordenadas AUSPOS.**

ID	X (m)	Y (m)	Z (m)
HAVA	776732.4003	-5817241.5779	2489076.1735

Seguido de esto, se procedió al envío de la observación simulada al ambiente web del antes citado servicio, para la realización del procesamiento.

Para la rutina de procesamiento se emplearon 12 estaciones pertenecientes al IGS, distribuidas de forma homogénea en diferentes cuadrantes del área circundante a la estación. Se formaron líneas base de entre 519 y 2425 kilómetros, para el caso de las líneas más cortas y largas respectivamente.

La siguiente tabla muestra los resultados de coordenadas obtenidos para las observaciones simuladas, así como los errores asociados a esta determinación:

Tabla 4: **Resultados de coordenadas AUSPOS.**

ID	X (m)	σ_x (m)	Y (m)	σ_y (m)	Z (m)	σ_z (m)	σ_{xyz} (m)
HAVA	776732.4120	0.0085	-5817241.5880	0.0370	2489076.1900	0.0215	0.04363

Obtención de las desviaciones.

Las desviaciones entre los valores de coordenadas obtenidos, entre la simulación y la observación real de la estación (Tabla 5), se calcularon mediante la expresión:

$$\Delta_X = X_{sim} - X_{real} \quad (1)$$

Tabla 5. **Desviaciones obtenidas.**

ID	Δ_x (m)	Δ_y (m)	Δ_z (m)	Δ_{xyz} (m)
HAVA	0.0117	-0.0101	0.0165	0.023

Aplicación del Test T² de Hotelling.

Para la aplicación del test fue necesario inicialmente el planteamiento de las hipótesis Nula y Alternativas respectivamente a emplear:

$$H_0 = [X_{sim}, Y_{sim}, Z_{sim}] = [X_{real}, Y_{real}, Z_{real}] \quad (2)$$

$$H_1 = [X_{sim}, Y_{sim}, Z_{sim}] \neq [X_{real}, Y_{real}, Z_{real}] \quad (3)$$

Seguido de esto, se planteó la matriz de desplazamiento empleando los valores de la tabla 5 de la siguiente forma:

$$d = \begin{bmatrix} 0.0117 \\ -0.0101 \\ 0.0165 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Empleando los valores de la tabla 4 se calcularon los valores de varianza asociada a la determinación de las coordenadas de la observación simulada y se construyó una matriz diagonal con estos valores:

$$S = \begin{bmatrix} \sigma^2 X & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 Y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00007225 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00136900 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00046225 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Seguido de esto y utilizando la matriz de varianza, fue necesario calcular la inversa de la misma:

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\sigma^2 X & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sigma^2 Y & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma^2 Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13840.83 & 0 & 0 \\ 0 & 730.46 & 0 \\ 0 & 0 & 2163.33 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Empleando estos valores se procedió a calcular el estadístico de prueba T^2 según la expresión:

$$T^2 = d \times S^{-1} \times d^T \quad (7)$$

Desarrollando este estadístico:

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 13840.8304 & 0 & 0 \\ 0 & 730.4601899 & 0 \\ 0 & 0 & 2163.33153 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.0117 \\ -0.0101 \\ 0.0165 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 161.66 \\ -7.41 \\ 35.61 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$d^T = [161.66 \quad -7.41 \quad 35.61] \times [0.0117 \quad -0.0101 \quad 0.0165] = 2.549$$

Por lo que: $T^2 = 2.549$

Una vez calculado el valor del estadístico, fue necesario la obtención del valor crítico a emplear, para llevar a cabo el contraste de hipótesis, en este caso, se empleó una distribución χ^2 con 3 grados de libertad, estableciendo un nivel de confianza del 95%, para un nivel de significación de 0.05.

Empleando las tablas de distribución χ^2 y los valores, antes mencionados se obtuvo que $\chi^2 = 7.8147$.

Para la decisión estadística se comparó el valor obtenido en el estadístico de prueba, respecto al valor crítico de la distribución χ^2 , obtenido:

$$T^2 = 2.549 < \chi^2 = 7.8147 \quad (9)$$

Denotando de esta manera que el valor obtenido, es inferior al valor crítico de la distribución.

A continuación, se procedió al cálculo del p valor, el cual representa la probabilidad de obtener un valor de T^2 igual o mayor que 2.549, asumiendo que no hay diferencias reales entre las coordenadas (hipótesis nula verdadera).

De la estimación de este parámetro se obtuvo el valor de 0.47, el cual es mayor al valor de significación 0.05, lo cual permite concluir que hay un **47% de probabilidad** de observar

diferencias como las encontradas (o mayores), debido únicamente al azar, si las coordenadas fueran realmente iguales.

Para concluir el análisis estadístico se verificaron las diferencias de cada componente de coordenadas de forma individual, para este fin se empleó un estadístico T unidimensional contrastando el mismo con una distribución normal, fijando un nivel de confianza del 95% ($Z_c = 1.96$) obteniéndose los siguientes resultados:

$$Z_X = \frac{\Delta X}{\sigma_X} = 1.37411765 \quad (10)$$

$$Z_Y = \frac{\Delta Y}{\sigma_Y} = -0.27405408 \quad (11)$$

$$Z_Z = \frac{\Delta Z}{\sigma_Z} = 0.7655814 \quad (12)$$

En todos los casos los valores obtenidos son inferiores al valor crítico, tanto para la prueba T^2 como para el estadístico T, por lo que finalmente no se rechaza la Hipótesis Nula H_0 .

Vale destacar que esto no significa que dicha hipótesis sea verdadera, sino que no existe suficiente evidencia estadística para concluir que la misma es falsa.

De igual manera, para el caso de estudio, esto permite afirmar que las diferencias obtenidas no son significativamente diferentes, o que los resultados de coordenadas obtenidos entre el procesamiento de la observación simulada y real son estadísticamente iguales.

Discusión de los Resultados.

Los resultados obtenidos en la presente investigación demuestran la alta fidelidad del proceso de simulación de observaciones GNSS llevado a cabo con el software *Bernese v5.2*. Las diferencias tridimensionales de 2.4 cm, entre las coordenadas obtenidas del procesamiento de la observación simulada y los valores adoptados como referencia, para la estación HAVA, se encuentran en el ámbito centimétrico, nivel de precisión compatible con los estándares actuales de numerosas aplicaciones.

La aplicación de la prueba T^2 de Hotelling, permitió una validación estadística robusta que considera la naturaleza multivariante de las soluciones de coordenadas. El valor del estadístico T^2 (2.549) muy por debajo del valor crítico de la distribución χ^2 (7.8147), junto con un p valor de 0.47, no proporciona evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula de igualdad, entre los vectores de coordenadas. Esto confirma que las diferencias observadas no son estadísticamente significativas y pueden atribuirse a la variabilidad aleatoria inherente al proceso de observación y procesamiento.

Es importante destacar que, pese a que se introdujeron deliberadamente diferencias en los parámetros de la estación durante la simulación (como modelo de receptor, antena y tipo de observables), el procesamiento posterior con AUSPOS fue capaz de compensar estas y generar una solución de coordenadas coherente con la realidad. Esto resalta la robustez tanto del servicio de procesamiento en línea como de la propia simulación, que logra emular con éxito las observaciones incluso partiendo de condiciones no idénticas a las reales.

En términos prácticos, las observaciones simuladas pudieran emplearse en procesamientos de redes, que por razones determinadas necesiten una observación de referencia cercana al área, y no se disponga o se haya perdido la misma. Además, como herramienta de formación académica y de prueba de diferentes algoritmos de procesamiento puede aportar materias primas, para estos fines.

Es importante señalar, que este tipo de simulaciones son incapaces de sustituir observaciones reales, por lo que su uso debe estar enmarcado en la supervisión y control de expertos en temas GNSS, garantizando la calidad de las mismas y su uso ético.

CONCLUSIONES

1. Se logró simular exitosamente 24 horas de observaciones GNSS de la estación HAVA, utilizando el programa GPSSIM del software científico *Bernese v5.2*, generando un archivo de observaciones sintéticas en formato RINEX, que posteriormente pudo ser procesado sin inconvenientes por el servicio en línea AUSPOS.
2. La solución de coordenadas obtenida del procesamiento de la observación simulada presentó desviaciones tridimensionales en el orden de 2.4 centímetros al ser comparadas, con la solución adoptada como referencia derivada de una observación real, lo que evidencia una alta

fidelidad de la simulación en el nivel de precisión centimétrico.

3. La aplicación de la prueba T^2 permitió realizar una validación multivariante rigurosa ($T^2 = 2.549$, p valor = 0.47) no mostrando evidencia estadística suficiente, para rechazar la hipótesis nula, confirmando que no existen diferencias significativas, entre el vector de coordenadas simulado y el real.
4. El análisis univariante complementario para cada componente de coordenadas corroboró la conclusión del test multivariante, al no encontrar diferencias estadísticamente significativas en ninguno de los componentes.
5. Se demuestra la efectividad de la metodología integrada que combina *Bernese*, para la simulación, AUSPOS, para el procesamiento independiente y el test T^2 de Hotelling, para la validación estadística, estableciendo un protocolo replicable para la generación y evaluación de observaciones GNSS simuladas.
6. Este trabajo abre las puertas al uso de observaciones GNSS simuladas con *Bernese*, como una alternativa a observaciones reales de estaciones de referencia para aplicaciones que requieran precisiones centimétricas, pero se deberá continuar investigando sobre este tema, realizando mayor cantidad de pruebas en diferentes entornos y con mayor rigor estadístico. Esto permitirá continuar abriendo posibilidades para su uso en la planificación de investigaciones y el desarrollo de algoritmos en Geodesia, especialmente en contextos donde la obtención de datos reales es costosa o logísticamente compleja.

AGRADECIMIENTOS

A mi esposa por siempre darme ánimos cuando creo que no lo consigo. A mi hija Ana Luna, por ser mi rosa de los vientos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anderson, T. W. (2003). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*.

Dach, R. *Bernese GNSS Software, Version 5.2*. Astronomical Institute University of Bern. 2015. ISBN: 978-3-906813-05-9. DOI: 10.7892/boris.72297.

J. Xie y R. B. Langley, “Real-time kinematic positioning simulation based on GNSS observation models”, *GPS Solutions*, vol. 25, no. 3, p. 85, 2021, DOI: 101007/s10291-021-01107-0.

- Johnson, R. A., & Wichern, D. W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis*.
- L. Zhang y Y. Gao, “Enhancing GNSS CORS network performance using multifrequency observation simulation”, *Remote Sens*, vol. 14, no. 10 p. 2334, 2022, DOI: 10.3390/rs14102334.
- Leick, A., Rapoport, L., & Tatarnikov, D. (2015). *GPS Satellite Surveying*.
- M. Hernández-Pajares, J. M. Juan, y J. Sanz, “Advances in GNSS data processing for deformation monitoring: Simulation and real data analysis”, *J. Geodesy*, vol. 93, no. 5, pp. 841-862, 2019, DOI: 10.1007/s00190-019-01274-2.
- Orduña-Díaz, J. A. *Fundamentos y aplicación del posicionamiento puntual preciso*. Trabajo de Fin de Máster. Universidad de Salamanca. 2019
- Rodríguez-Roche, E. *Establecimiento de una estación GNSS pasiva semipermanente*. Memorias de la VII Convención de Agrimensura. La Habana 2015.
- V. Bolshakov, P. Gaidayev. *Teoría de la Elaboración Matemática de las Mediciones Geodésicas*.
- X. Li, Y. Zhang, y J. Liu, “High-precision simulation of GNSS observations for structural health monitoring”, *Sensors*, vol. 20, no. 7, p.2048, 2020, DOI: 10.3390/s20072048.